融入数学文化，提升育人价值
——以高中数学“二项式定理”教学为例

郑富桔
（重庆三峡科技大学）
DOI：10.65285/JYLLYJ.V2I7.029

摘　要：新课标强调，高中数学教学中要注重落实学生的数学学科核心素养。在发展学生数学学科核心素养的过程中，数学文化具有不可替代的重要作用。二项式定理既是高中代数的重要内容，又蕴含着丰厚的数学文化资源 [1]，尤其是以贾宪三角、杨辉三角为代表的中国古代数学成就，是开展数学文化自信教育的鲜活素材。本文以“二项式定理”教学为例，探讨如何在问题情境、概念形成、公式证明与应用巩固等环节有机融入数学文化，带领学生经历知识的形成过程，感悟数学的思想方法与文化魅力，拓宽学生视野，激发学习兴趣，促进学生深度思考，最终落实立德树人的教学目标。
关键词：问题情境；数学文化；二项式定理；立德树人

Integrating Mathematical Culture to Enhance Educational Value: A Case Study of the Teaching of Binomial Theorem in Senior High School Mathematics

Fuju Zheng
Chongqing Three Gorges University

Abstract: The new curriculum standard emphasizes that senior high school mathematics teaching should attach importance to the cultivation of students' core competencies in mathematics. Mathematical culture plays an irreplaceable role in developing students' core competencies. As an important component of senior high school algebra, the binomial theorem contains rich mathematical cultural resources. In particular, ancient Chinese mathematical achievements represented by Jia Xian Triangle and Yang Hui Triangle are vivid materials for strengthening students' confidence in mathematical culture. Taking the teaching of the binomial theorem as an example, this paper discusses how to organically integrate mathematical culture into problem scenarios, concept formation, formula proof and application consolidation. It guides students to experience the formation of knowledge, perceive mathematical thinking methods and cultural charm, broaden their horizons, stimulate learning interest and promote in-depth thinking, so as to finally realize the fundamental task of fostering virtue through education.
Keywords: problem scenario; mathematical culture; binomial theorem; fostering virtue through education

前言：

数学文化包含数学知识、思想、方法、精神及其发展与应用，是数学教育的重要部分。高中课堂融入数学文化，能够拓宽学生视野、发展数学思维，激发学习兴趣，培育创新意识与探究精神。但现实教学里，不少教师对数学文化认知不足，担心它耽误授课进度，对待教材中的相关素材常常简单带过。这样的做法忽视了数学的文化价值，学生很难体会数学文化的魅力，不利于学习兴趣和数学思维的发展。为此，教师要吃透数学文化内涵，提高自身素养，把数学文化自然融入课堂，发挥其育人价值，提高数学课堂质量 [2]。

一、教材内容分析

二项式定理是《普通高中数学课程标准》中代数部分的重要内容，它给出了 $(a+b)^n$ $(n \in N^*)$ 展开式的一般规律，既是多项式乘法的延伸，也是概率、近似计算、泰勒展开等内容的学习基础。它和组合数联系紧密，探究过程蕴含从特殊到一般、从具体到抽象的思想，能够发展学生数学抽象、逻辑推理、数学运算等核心素养。贾宪三角（杨辉三角）是我国古代数学成就，早于帕斯卡的相关研究约四百年，有着丰富的数学文化内涵。教学中，除定理与通项公式外，还应带领学生体会数学思想、了解数学历史，树立文化自信，发展综合素养。

二、学情分析

在学习本节课之前，学生已经掌握了多项式乘法的运算法则。能够独立完成 $(a+b)^2$、$(a+b)^3$、$(a+b)^4$ 的展开，并初步接触了组合数及其简单性质。学生已具备了从组合角度探究二项展开式的知识基础。高二年级的学生已经具备了一定的观察归纳、自主探究与合作交流的能力，在教师的启发引导下能够经历从特殊到一般的发现过程，但是学生认知的难点在于：一是学生不能从“组合”的角度自发解

释展开式中各项系数的由来，二是容易将“二项式系数”与“项的系数”混淆。因此，教师需要借助杨辉三角为学生提供直观的数形支撑，通过组合意义的剖析帮助学生突破难点，树立学习的信心。

三、教学过程

（一）复习旧知，设疑引入

师：前面大家已经熟练掌握了多项式乘法，请先计算并观察下面几个展开式：$(a+b)=a+b$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$。把它们各项的系数排列出来，你能发现什么规律？

生 1：把系数单独写出来，第一行是 1，1；第二行是 1，2，1；第三行是 1，3，3，1。我发现每一行的首尾都是 1，中间的数好像等于它“肩上”两个数的和，比如第三行的 3 等于第二行的 1 加 2。

师：观察得真仔细！那么 $(a+b)^4$ 各项系数会是什么？

生（众）：如图所示：1、4、6、4、1。

师：那么我们还是一行一行的“加”下去吗？显然，指数 n 越大，计算越烦琐。那么 (a+b）的 n 次方的展开式有没有一个统一的、简洁的公式呢？这就是我们今天共同研究的课题——二项式定理。

设计意图：教师引导学生从已有的多项式乘法经验出发，通过对低次幂展开式的观察，发现系数排列的规律，为从特殊到一般的探究埋下伏笔。以“能否找到统一公式”设疑，制造认知冲突，自然引出本节课的研究主题，激发学生的好奇心与求知欲。

（二）渗透文化，激发兴趣

师：同学们刚才发现的规律，其实我们的祖先在一千多年前就已经系统地研究过了。请同学们看这张图（教师用 PPT 展示“开方作法本源图”）。早在公元 1 世纪，我国古代数学名著《九章算术》就提出世界上最早的多位正整数开平方、开立方的程序，而二项式定理最初则是源于开高次方的需要。到了 11 世纪，北宋数学家贾宪在《释锁算书》中给出“开方作法本源图”，这是一张到 6 次幂的二项式系数表。到了 13 世纪，南宋数学家杨辉在《详解九章算法》一书中引用了这幅图，并注明它出自贾宪的原著。因为贾宪的原著已经失传，而杨辉的著作流传下来，所以后人把这张数表称为“贾宪三角”或“杨辉三角”。

师：这种数表在西方直到 17 世纪才由法国数学家帕斯卡系统地加以研究，被称为“帕斯卡三角”。

生 2：这么说，杨辉三角比帕斯卡三角早了好几百年。

师：是的，整整早了四百年！再往后 14 世纪初朱世杰在《四元玉鉴》中又重载此图，再加上两层。作为小小的三角形数表，浓缩了中国古代数学的辉煌成就。

师：回到这张数表，除了刚才发现的“肩上两数之和”，你还能读出哪些规律？

生 3：每行的数字都是左右对称的，比如 1，4，6，4，1。

生 4：把每一行的数加起来，第一行是 2，第二行是 4，第三行是 8……好像第 n 行各数之和正好是 2^n。

师：非常好！对称性、各行之和为 2^n、每个数等于肩上两数之和——这些规律背后都有严格的数学道理，我们这节课就来逐一揭开它的秘密。

设计意图：教师以讲述数学史的方式，介绍杨辉三角的历史源流，将学生带入二项式定理的学习情境。通过“比西方早约四百年”这一史实，渗透爱国主义与数学文化自信教育，让学生为中华古代数学文明感到自豪；同时引导学生在数表中自主发现规律，激发学习兴趣，发展理性思维，助力学生树立正确的价值观，体现数学文化“以文化人、以史育人”的功能。

（三）数学抽象，建立模型

师：杨辉三角给了我们直观的系数规律，但当 n 很大时，我们仍然需要一种“一劳永逸”的一般公式。请大家换一个角度思考：$(a+b)^n$ 表示 n 个 (a+b) 相乘，展开时我们是怎么做的[3]？

生 5：要从每一个 (a+b) 里分别选出 a 或 b，再把选出来的东西相乘，把所有可能的乘积加起来。

师：说得非常到位！也就是说，展开式的每一项，都是从这 n 个因式中各取一个字母相乘得到的。那么，形如 $a^{n-r}b^r$ 的项是怎样产生的？它一共有多少个呢？

生 6：要得到 $a^{n-r}b^r$，就要从 n 个因式中选出 r 个来取 b，其余 n−r 个取 a。选哪 r 个来取 b，恰好是一个组合问题，所以这样的项一共有 C_n^r 个。

师：太好了！合并同类项后，$a^{n-r}b^r$ 的系数就是 C_n^r 了。r 可以取从 0 到 n 之间的任何一个数，于是，我们大胆猜想——

生（众）：$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots$。师：太好了！合并同类项后，$a^{n-r}b^r$ 这一项的系数就正好是 C_n^r。r 可以从 0 取到 n，于是我们大胆猜想——

生（众）：公式为：$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots$。

师：这正是著名的二项式定理。请大家再回看杨辉三角：第 n 行的各个数，不正是 $(a+b)^n$ 展开式的二项式系数 $C_n^0,C_n^1,\cdots,C_n^n$ 吗？难怪古人用它来开方、算系数！

设计意图：教师引导学生跳出机械的逐项相乘，转而从组合的角度分析展开式的构成，经历了由具体到抽象、由特殊到一般的数学建模过程。以杨辉三角为直观支撑，帮助学生理解组合数 C_n^r 的来源，使学生体会数学抽象的力量，同时沟通“形”与“数”的内在联系， 加深对定理本质的理解，发展高阶思维。

（四）启发证明，深化认识

师：猜想是否正确，还需要严格的证明。上面的推导其实已经从乘法原理和组合数的角度说明了每一项系数的必然性，这正是组合证明法的思路。此外，我们还能用数学归纳法给出证明：当 n=1 时显然成立；假设 n=k 时成立，两边再乘以 (a+b) 并整理，即可推出 n=k+1 时也成立。限于时间，这里不再赘述。

师：在展开式中，我们把 $C_n^ra^{n-r}b^r$ 称为二项展开式的通项，常记作 $T_{r+1}=C_n^ra^{n-r}b^r$，它可以用来求展开式中的任意一项。这

里老师要特别提醒大家辨析一个易错点。请看 $(1+2x)^5$ 中含 x^2 的项，它的二项式系数是多少？它的系数又是多少？

生 7：含 x^2 的项来自 r = 2 的项，其二项式系数为 C_5^2，但 r = 2 的项是 $C_5^2 1^3(2x)^2=40x^2$，故它对应的系数是 40。

师：分析的相当不错！“二项式系数”指的是组合数 C_n^r，而“项的系数”则还要把式子中其他常数也计算在内，两者是不同的。上述杨辉三角中整齐排列的数字，对应的是二项式系数。

设计意图：通过组合证明、数学归纳法等手段强化定理的严密性；结合具体例题，准确把握“二项式系数”与“项的系数”两个易混概念，提高学生的思维的严谨性、批判性。通过公式的证明、辨析，体会知识的本质，提升学生的逻辑推理素养。

（五）应用练习，文化巩固

1. 求 $(a+b)^8$ 展开式的二项式系数之和。

师：不用把八次幂完全展开，你能借助今天发现的规律快速求出所有二项式系数之和吗？

生 8：由杨辉三角的规律，第 8 行各数之和就是 $2^8=256$，所以二项式系数之和为 256。

师：能否用定理本身给出解释？

生 9：在 $(a+b)^n$ 中令 a=b，就得到 $C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n$，这正是各行数字之和为 2^n 的原因。

2. 某同学要计算 $(1+x)^6$ 的展开式，他先按杨辉三角写出第 6 行系数 1，6，15，20，15，6，1，直接得出了结果。请用二项式定理验证他的系数是否正确，并指出其中最大的二项式系数。

生 10：逐项计算 $C_6^0,C_6^1,\cdots C_6^6$ 得 1，6，15，20，15，6，1，与杨辉三角一致，其中最大的二项式系数是中间的 $C_6^3=20$，这也体现了数表的对称性。

设计意图：以杨辉三角及古代开方问题为背景设置例题，引导学生用数学的眼光分析和解决现实问题，在巩固二项式定理与“二项式系数和为 2^n”等结论的同时，让学生体会到中国古代算法的简洁与高效，进一步加深文化体验。问题解决后引导学生归纳方法，感悟“赋值法”与“数形结合”的思想方法，提升分析与解决问题的能力。

（六）课堂小结，升华价值

师：通过本节课的学习，你有哪些收获？

师生活动：教师引导学生从三个层面归纳总结。其一，知识层面——二项式定理及其通项公式 $T_{r+1}=C_n^r a^{n-r}b^r$，以及二项式系数与项的系数的区别；其二，思想方法层面——从特殊到一般、由具体到抽象，以及组合建模、赋值法与数形结合；其三，文化层面——一张杨辉三角，承载了贾宪、杨辉、朱世杰等古代数学家的智慧，比西方早约四百年，其后帕斯卡、牛顿、欧拉又将其推广到更广的指数范围，形成了完整的牛顿二项式展开理论，微积分的发展中起到了重要作用。教师鼓励学生课后查阅贾宪、杨辉、朱世杰及牛顿的相关资料，感受数学发展的源远流长。

设计意图：教师引导学生从知识、思想方法、数学文化三个维度进行结构化总结，并鼓励学生课后继续探索。在此过程中，学生既能体会数学家不畏艰难、刻苦钻研的精神，又能从中国古代数学的辉煌成就中汲取文化自信的力量，从而在激发学习兴趣的基础上，培养独立思考、敢于质疑、勇于创新的理性精神，实现知识传授与价值引领的有机统一。

（七）教学感悟

高中数学教学中，教师应提升素养，将数学文化融入课堂，助力学生深度理解知识、主动学习，打造高效课堂。二项式定理蕴含杨辉三角等古代数学成果，是渗透数学文化的优质载体。教学可融入真实、数学与历史情境，展现知识生成过程，引导学生溯源探究，感受数学文化魅力，发展核心素养。借助数学史，学生能体悟数学家探索精神，厚植文化自信与家国情怀，激发学习兴趣，落实立德树人根本任务。

参考文献：

[1] 王美艳 . 谈谈二项式定理的应用技巧 [J]. 语数外学习 (高中版中旬),2026(9):55.

[2] 李家瑞 , 姜晶 . 基于学习进阶的二项式定理教学设计 [J]. 数理化解题研究 ,2026(15):31-33.

[3][常书岭 . 生成式 AI 学习系统在高中数学教学中的应用——以“二项式定理”为例 [C]// 中国文化信息协会 .2026 年文化信息与教育发展学术交流会论文集（上）.2026:280-283.

作者简介：郑富桔（2002 年 -）、女、汉族、四川宜宾人、硕士研究生在读、研究方向为学科教学（数学）、中学数学教育教学研究。