

三角形与梯形面积计算中“ $\div 2$ ”错误的类型、成因与对策研究

陈泓丽

(重庆三峡科技大学)

DOI: 10.65285/JYLLYJ.V2I5.001

摘要: 三角形和梯形面积计算中“ $\div 2$ ”的遗忘是五年级数学教学中的常见问题。本文基于对 58 名学生作业的系统分析与课堂观察,将“ $\div 2$ ”的错误归纳为遗漏型、跳步型、混淆型和空洞型四种典型类型,并从操作与符号表达的断层、前摄抑制、练习孤立及检查缺失四个维度进行归因分析。在此基础上,提出建立操作锚点、设计对比变式、培养三步自问习惯、利用错题反例等教学干预策略,以期为一线教师解决此类问题提供参考。

关键词: 三角形面积; 梯形面积; 典型错误; 归因分析; 教学对策

A Study on Types, Causes and Countermeasures of the “ $\div 2$ ” Error in Calculating the Areas of Triangles and Trapezoids

Hongli Chen

Chongqing Sanxia University of Science and Technology

Abstract: For fifth-grade mathematics instruction, failure to include division by 2 in area calculations of triangles and trapezoids represents a frequent student error. Based on a systematic analysis of homework submitted by 58 students and classroom observations, this paper classifies the “ $\div 2$ ” related mistakes into four categories: omission errors, skip-step errors, confusion errors and blank-concept errors. Attribution analysis is carried out from four perspectives: the disconnect between hands-on manipulation and symbolic representation, proactive inhibition, isolated practice tasks, and insufficient self-checking habits. Accordingly, this paper puts forward corresponding teaching intervention strategies, such as setting operational anchors, designing comparative variant exercises, fostering a three-step self-questioning routine and using wrong-problem counterexamples, to offer practical references for frontline teachers to address this type of error.

Keywords: triangle area; trapezoid area; typical errors; attribution analysis; teaching countermeasures

一、问题的提出

“老师,我又忘了除以 2!”这是笔者在五年级实习期间多次听到的一句话。在教学《三角形的面积》和《梯形的面积》之后,学生能正确列出“底 $\times$ 高”或“(上底+下底) $\times$ 高”,却在最后一步遗漏“ $\div 2$ ”。一次单元练习中,笔者对 58 名学生的作业进行统计,三角形面积计算中忘记“ $\div 2$ ”的有 21 人(占 36.2%),梯形面积计算中有 14 人(占 24.1%)。

从表面看,这似乎是粗心。但进一步分析发现,出现这种错误的学生在计算平行四边形面积时却从未出错,唯独在计算三角形和梯形面积题目中反复忘记“ $\div 2$ ”。课后追问时,多数学生回答“公式是这样的”或“老师讲的”,无法解释“ $\div 2$ ”的实际意义。这说明,“ $\div 2$ ”的遗忘指向了教学中存在关键问题:学生经历了拼剪操作,却未能将动作经验内化为符号表达。

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》强调,要让学生在探索面积公式的过程中经历操作、推理、归纳的全过程。然而,学生即便经历了拼成平行四边形的操作活动,做题时“ $\div 2$ ”依然很容易丢失。操作活动是否真正转化为了符号理解?课堂上的“会了”是否只是停留在表面?基于此,本文梳理“ $\div 2$ ”错误的典型类型,从多个维度进行

归因分析,并据此提出教学对策。

二、“ $\div 2$ ”错误的四种典型类型

通过对班上学生作业的批改记录和课堂观察,笔者发现“ $\div 2$ ”错误并非单一形态,而是呈现出四种不同的表现类型。

(一) 遗漏型:列式时完全遗忘“ $\div 2$ ”

这是最常见的一类,全班有 12 名学生出现此类错误。表现为将三角形面积公式写成“底 $\times$ 高”,末尾“ $\div 2$ ”完全遗忘。如“一个三角形的底为 8 分米,高为 5 分米”,学生错误解答为“ $8 \times 5 = 40$ (平方分米)”。教师提醒后多数能立刻补上,说明“ $\div 2$ ”作为公式后缀,在记忆编码中处于弱势位置。

(二) 跳步型:列式时有“ $\div 2$ ”但计算时丢失

此类错误比前一种更为隐蔽。学生列式完整,但计算中只算了乘积部分。如解答“(4+6) $\times 5 \div 2 = 10 \times 5 = 50$ (平方厘米)”,正确应为“ $50 \div 2 = 25$ ”。6 名学生出现过此类错误,多为计算习惯较好的学生,反而在流畅计算中跳过最后的除法步骤。

(三) 混淆型:三角形/梯形与平行四边形公式混用

这类错误的根源在于学生对图形特征与公式之间的对应关系不够清晰,将适用于平行四边形的公式错误地迁移

到求三角形或梯形的面积上。有5名学生在同一份练习中同时出现这种混淆。求三角形面积时忘记“ $\div 2$ ”，求平行四边形面积却又“ $\div 2$ ”。这种混淆表明，学生未将“ $\div 2$ ”与“三角形和梯形是平行四边形面积的一半”这一核心概念建立稳固联结，他们只是死记硬背了公式符号。

（四）空洞型：能做对但说不清“ $\div 2$ ”的意义

这种类型不表现为书面错误，而是一种理解层面的隐性错误。学生能够正确解答题目，列式和计算都没有问题，但当被追问“为什么要除以2”时，却无法给出合理的解释。只给出“老师上课讲的”或“公式是这样的”。也就是说他们知道“怎么做”，却不知道“为什么这么做”。这也揭示了教学中的一个深层问题：学生掌握了程序性知识（计算步骤），却缺失了概念性理解（公式的数学意义）。因此需要教师在教学中不断唤醒和强化“ $\div 2$ ”与“一半”之间的联结。

三、“ $\div 2$ ”错误的多维归因

（一）操作经验与符号表达的断层

布鲁纳的认知表征理论指出，儿童的认知发展经历动作表征、映像表征和符号表征三个阶段。有效的数学教学应当帮助学生完成从动作表征到符号表征的平稳过渡。反观“三角形的面积”教学这一课，学生经历了用两个完全一样的三角形拼成一个平行四边形的过程，并观察出了“三角形的面积是平行四边形面积的一半”，最后得出公式“三角形的面积=底 $\times$ 高 $\div 2$ ”。这一过程在动作表征和映像表征阶段是充分的，学生动手拼了，也看到了“一半”的概念。然而，从“观察到一半”到“写出 $\div 2$ ”之间，存在一个容易被忽视的符号化环节。学生感知到的“一半”是整体性关系判断，而“ $\div 2$ ”是抽象运算符号。当教师默认学生能自动将“一半”转换为“ $\div 2$ ”时，符号表征的断层便产生了。

英国数学教育家 Skemp 将数学理解分为“工具性理解”（知道怎么做）和“关系性理解”（知道为什么且能迁移）。当操作活动与符号表达之间出现断层，学生的理解便停留在工具性层面——记住了“公式里有 $\div 2$ ”，却没有理解“ $\div 2$ ”是“一半”的数学表达。

（二）前摄抑制：平行四边形公式的负迁移

认知心理学的干扰理论指出，先前学习的信息会干扰新信息的记忆，使得新信息难以被有效记住和提取，称为前摄抑制。在“多边形的面积”单元中，平行四边形的面积公式最先学习，经反复练习学生已经熟练掌握。后续学习三角形和梯形面积公式时，平行四边形的面积公式底 $\times$ 高这一核心结构被保留，新增的“ $\div 2$ ”作为区别性特征，需额外记忆和提取，前摄干扰由此产生。

Ausubel 的有意义学习理论进一步解释：新知识需与已有观念建立实质性联系才能有效习得。当学生将三角形面积公式简单“附加”在平行四边形公式之上，而未建立起“三角形面积等于等底等高平行四边形面积的一半”这一实质性联系时，新旧知识只是机械并列，区别特征“ $\div 2$ ”便容易在提取时脱落。

（三）练习孤立：教材编排的潜在影响

人教版教材在编排“多边形的面积”单元时，采用“分节教学、分节练习”模式，每课练习全部为对应图形题目。这种编排利于初学巩固，但也带来潜在问题：学生不需主动辨别图形类型，只需“照套”本节公式，形成了“套公式”的解题习惯，“先辨形、后选式”的思维环节被弱化。

澳大利亚教育心理学家 Sweller 提出的认知负荷理论表明，若练习题型完全类似，学生的认知负荷虽会维持在较低水平，但知识区分度会大幅下降。当题型混合呈现时，学生需要同步完成题型判断、公式提取、运算求解多步操作，认知负荷会急剧升高，答题错误率也随之上升。而 Marton 的变易理论提出，学习的核心是辨识知识关键属性，有效的练习应让学生对比凸显“ $\div 2$ ”这一核心特征，单一题型练习反而会让失去辨别关键信息的机会。

（四）检查缺失：元认知习惯的未养成

费拉维尔的元认知理论提出，小学生的元认知监控能力仍处于初步发展阶段，解题时大多只在意是否算出答案，却忽略结果正误。完整的元认知监控涵盖解题前判别题型、解题中把控运算流程、解题后核验结果逻辑，而常规教学里教师很少引导学生养成成套自检习惯，2.2 部分提及的“跳步型”错误正是元认知监控缺失的典型表现。

与此同时，认知资源有限理论表明，人类可调配的注意资源存在上限，并行处理多项任务时会产生资源争夺。五年级学生求解多步面积计算题时，核对公式完整度这一步骤极易被挤占；若缺少外部纠错训练与自主设问的内在习惯，学生很难时刻留意“ $\div 2$ ”这一关键点。

综上所述，“ $\div 2$ ”错误是操作断层、认知干扰、练习设计、元认知缺失四种因素共同作用的结果。操作断层是根本，导致理解停留在工具性层面；认知干扰和练习孤立是外部推手，加剧了“ $\div 2$ ”提取的脆弱性；元认知缺失是最后防线失守，让学生失去自我纠错机会。四重因素叠加，解释了“ $\div 2$ ”何以成为教学中的“顽疾”。据此，下文将从这四个维度提出相应的教学干预策略。

四、“ $\div 2$ ”错误的教学干预策略

基于上述四维归因分析，本部分提出四条教学干预策略，分别指向操作断层、认知干扰、练习孤立和元认知缺失，力求每条策略都具有可操作性，能够直接应用于一线教学。

（一）操作锚点：让“ $\div 2$ ”与“取一半”形成动作联结

在拼剪操作与公式书写之间插入“手势锚定”环节：让学生遮住拼成的平行四边形的一半，同时说出“这个三角形面积是平行四边形面积的一半，所以公式里要除以2”。板书时将“ $\div 2$ ”用红笔标注，旁边写“一半”，整节课保留作为视觉锚点。梯形公式同样处理，让学生用单手切一半的动作表示“ $\div 2$ ”。当“ $\div 2$ ”与动作经验建立联结，学生便有了符号与动作的双重编码，动作记忆可在符号记忆模糊时起到提醒作用。

（二）对比变式：在题组辨析中强化图形感

将等底等高的平行四边形、三角形、梯形题目并列呈现，

要求学生先圈出图形名称、写出公式、说出为什么有(或没有)“ $\div 2$ ”。同底等高的并列对比让学生直观看到:三角形和梯形都需要 $\div 2$ 。在梯形新授课后安排一节“公式辨析课”,将三种图形题目打乱,要求学生先标注图形类型再列式,打破“套公式”惯性。还可设计“找错改错”练习,教师故意犯“忘记 $\div 2$ ”的错误,让学生当小老师找出来并解释。

(三) 三步自问:培养解题后的检查习惯

教给学生“辨形、对式、验除”六字口诀:①辨形:求的是什么图形?②对式:公式是什么?③验除:公式里有“ $\div 2$ ”吗?我除了吗?教师先示范“出声思维”,一边解题一边说出思考过程,然后同桌互练,一人解题一人监督。在作业本上设置“自检标记区”,每题旁画方框,完成三步自问后打“√”,将检查习惯可视化。

(四) 错题反例:让“忘记 $\div 2$ ”成为教学资源

收集典型错例按四种类型分类,隐去学生姓名后在课堂展示,以“帮这位同学找问题”的方式开展。小组讨论:错在哪一步?可能什么原因?怎样帮助改进?这种方式能让分析者在教别人的过程中加深理解。还可引导学生制作“提醒卡”,写上易犯错误和应对方法,贴在课桌角作为提示。

结语:

“ $\div 2$ ”看似微不足道,但学生反复“忘记除以2”折射出面积教学中一个深层问题:操作活动并不自动等于符号理解,课堂上的“会了”也不等于真正内化。本文将“ $\div 2$ ”错误归纳为遗漏型、跳步型、混淆型和空洞型四种类型,并从操作与符号的断层、前摄干扰、练习孤立效应及元认知监控薄弱四个维度进行归因。研究发现,错误根

源于学生未能将拼剪操作经验转化为公式中“ $\div 2$ ”的符号意义——知道“怎么做”,却不知道“为什么这么做”。基于此,本文提出四条干预策略:用动作锚点建立双重编码,用对比变式强化图形辨析,用“三步自问”培养检查习惯,用错题反例转化教学资源。这些策略源于真实课堂观察,操作性较强本研究样本仅来自一所学校的一个班级,结论普适性有待检验,策略效果有待实验验证。期待更多教师关注“小错误”背后的“大问题”,让面积教学从“记住公式”走向“理解意义”。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2] Skemp R. R. Relational understanding and instrumental understanding[J]. Mathematics Teaching, 1976, 77: 20-26.
- [3] 奥苏伯尔.教育心理学:认知观点[M].余星南,宋钧,译.北京:人民教育出版社,1994.
- [4] Flavell J. H. Metacognition and cognitive monitoring[J]. American Psychologist, 1979, 34(10): 906-911.
- [5] 郑毓信.数学教育哲学[M].成都:四川教育出版社,2001.
- [6] 曹培英.小学数学教学改革探析[M].北京:人民教育出版社,2015.

作者简介:陈泓丽(2001-),女、汉族、四川内江人、硕士在读、重庆市万州区重庆三峡科技大学、研究方向:小学教育。